



## A Study of the Movement of a Neutrosophic Material Point in the Neutrosophic Plane by Using a Neutrosophic AH-Isometry

Mountajab Alhasan, Malath F. Alaswad

Departement of Mathematics, Albaath University, Homs, Syria

Emails: [alhasanmountajab@gmail.com](mailto:alhasanmountajab@gmail.com); [Malaz.Aswad@yahoo.com](mailto:Malaz.Aswad@yahoo.com)

### Abstract

This articles presents a new concept in mathematics according to a neutrosophic logic, which is the first of its kind in applied mathematics, which is the concept of the movement of a neutrosophic point in the neutrosophic plane and determining the path of this point, after determining Cartesian and polar neutrosophic coordinates of this point and also defining the neutrosophic local, velocity and acceleration vectors of these point. We have also determined the relationships between the motion of a neutrosophic point and its equivalent in the classical plane, through an AH-isometry that connects the neutrosophic and classical plane. We conducted the previous study on three different examples, each example differs from the other in the form of a path and type of movement of the studied point.

**Keywords:** Neutrosophic real number; neutrosophic Cartesian coordinate; neutrosophic velocity vector; neutrosophic acceleration vrvctor; neutrosophic path point.

دراسة حركة نقطة مادية نيتروسوفيقية في المستوى النيتروسوفيكى باستخدام التحويل الإيزومتري النيتروسوفيكى  
د. منتجب الحسن<sup>1</sup> ملاذ فريد الأسود<sup>2</sup>

<sup>1</sup> أستاذ في قسم الرياضيات، كلية العلوم، جامعة البعث.

<sup>2</sup> باحث في قسم الرياضيات، كلية العلوم، جامعة البعث.

1. Departement of Mathematics, Albaath University, Homs, Syria, E-mail: [alhasanmountajab@gmail.com](mailto:alhasanmountajab@gmail.com)
2. Departement of Mathematics, Albaath University, Homs, Syria, E-mail: [Malaz.Aswad@yahoo.com](mailto:Malaz.Aswad@yahoo.com)

**ملخص:**

نقدم في هذا البحث مفهوم جديد في الرياضيات وفق المنطق النيتروسوفيكي ، وهو مفهوم حركة نقطة مادية نيتروسوفيكية في المستوي النيتروسوفيكي، وتحديد مسار هذه النقطة، وذلك بعد تحديد الإحداثيات الديكارتية والقطبية النيتروسوفيكية لهذه النقطة، وأيضاً تعريف متجهات الموضع والسرعة والتسارع النيتروسوفيكية لهذه النقطة. أيضاً قمنا بتحديد العلاقات التي تربط بين حركة نقطة مادية نيتروسوفيكية وما يكافئها في المستوي الكلاسيكي، وذلك من خلال تحويل إيزومتري يربط بين المستوي النيتروسوفيكي والمستوي الكلاسيكي. تم توضيح الدراسة من خلال ثلاثة أمثلة متنوعة، يختلف كل مثال عن الآخر بشكل ومسار ونوع حركة النقطة المدروسة.

**الكلمات المفتاحية:**

العدد الحقيقي النيتروسوفيكي، الإحداثيات الديكارتية النيتروسوفيكية، متجه السرعة النيتروسوفيكي، متجه التسارع النيتروسوفيكي، مسار نقطة نيتروسوفيكية.

**1. مقدمة:**

تنتم أحداث العالم الذي يحيط بنا ووقائعه بالتناقض والغموض واللاتحديد، لأن كل قضية يمكن أن تكون صادقة أو كاذبة أو مبهمة لا يمكن أن نحدد إن كانت صادقة أو كاذبة أي غير محددة (لاتحديد)، لذلك برزت حاجتنا لمنطق جديد يعكس حقيقة رؤيتنا النسبية لهذا الواقع. فكان منطق النيتروسوفيكي، المنطق الذي أسسه العالم الأمريكي Smarandache عام 1995 [13] والذي يدرس ويهتم بحالات اللاتحديد ويأخذ كل فكرة مع نقيضها ومع طيف من اللاتحديد، ويعطي لكل بيان بثلاث أبعاد هي الصح (T) ء والخطأ (F) والحياد (I) وكل منها بدرجات، ويعبر عن ذلك بالشكل (T, I, F) وهذا يعطي وصفاً أدق للبيان، استخدمت مفاهيم هذا المنطق لإعادة صياغة العديد من المفاهيم الرياضية الضرورية في مجالات العلوم البروفيسور المصري أحمد سلامة A.A.Salam المجموعات النيتروسوفيكية الهشة كتطوير لنظرية المجموعات الكلاسيكية [11,12]، وقدم دراسة حول مفهوم النقط النيتروسوفيكية الهشة وعرف مفهوم انتماء عنصر ما لمجموعة نيتروسوفيكية هشة [12]. نقدم في هذا البحث دراسة للنقطة النيتروسوفيكية وكيفية تحديد إحداثياتها الديكارتية والقطبية نيتروسوفيكية، وهذا التحديد سيساعدنا على تعيين موضعها النيتروسوفيكي، وتعيين لمتجهي السرعة والتسارع النيتروسوفيكيين وإيجاد العلاقة التي تربط بين المنطق النيتروسوفيكي والمنطق الكلاسيكي في المستوي خلال تحويل إيزومتري يربط بين هذين المنطقين.

**2. المناقشة:**

النقطة النيتروسوفيكية تقابل في المستوي الكلاسيكي نقطتان كلاسيكيتان بإحداثيات كلاسيكية (ديكارتية أو قطبية) لكل من هاتين النقطتين، وباستخدام التحويل الإيزومتري نجد أنه توجد علاقة تربط بين المنطق النيتروسوفيكي والمنطق الكلاسيكي على وجه العموم، كما سنجد أن متجهات الموضع والسرعة والتسارع النيتروسوفيكية لنقطة نيتروسوفيكية تقابل (تكافئ) كلاسيكياً على الترتيب زوج من متجهات الموضع والسرعة والتسارع لنقطتين كلاسيكيتين، فمثلاً النقطة الكلاسيكية تعطي بالإحداثيات الديكارتية  $M(x, y)$ ، أما نيتروسوفيكية فتعطي بالإحداثيات الديكارتية  $M(x_1 + x_2I, y_1 + y_2I)$  حيث يسمى  $I$  عنصر اللاتحديد، كما أن النقطة النيتروسوفيكية

$$M(x_1 + x_2I, y_1 + y_2I) \text{ ستقابل كلاسيكياً النقطتان } M_1(x_1, y_1) \text{ و } M_2(x_1 + x_2, y_1 + y_2).$$

**3. العدد الحقيقي النيتروسوفيكي: [1]**

يعرف العدد الحقيقي النيتروسوفيكي بالعلاقة  $w = a + bI$ ، حيث  $a$  و  $b$  أعداد حقيقية و  $I$  عنصر اللاتحديد، مع الأخذ بعين الاعتبار أن  $0.I = 0$  و  $I^n = I$  لجميع قيم  $n$  الموجبة. مثال ذلك:

$$w = 1 + 2I$$

$$w = 3 = 3 + 0I$$

**4. قسمة عددين حقيقيين نيتروسوفيكيين: [1]**

ليكن  $w_1 = a_1 + b_1I$  و  $w_2 = a_2 + b_2I$  عندئذ يكون:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{a_1 + b_1I}{a_2 + b_2I} = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2(a_2 + b_2)}I$$

**5. الحقل النيتروسوفيكي: [2]**

ليكن  $K$  حقل ما، يعرف الحقل النيتروسوفيكي بالشكل  $\langle K \cup I \rangle$  ويعطى بالعلاقة الآتية  $K(I) = \langle K \cup I \rangle$ .

**6. الحقل الحقيقي النيتروسوفيكي:** [2,4]

ليكن  $R$  حقل الأعداد الحقيقية الكلاسيكية، يعرف الحقل الحقيقي النيتروسوفيكي بالشكل  $\langle R \cup I \rangle$  ويعطى بالعلاقة الآتية:  $R(I) =$

$$\langle R \cup I \rangle = \{a + bI; a, b \in R\}$$

**7. المستوي النيتروسوفيكي:** [3,5]

يعرف المستوي النيتروسوفيكي ذو  $n$  بعد بالشكل:

$$R^n(I) = R(I) \times R(I) \times R(I) \times \underbrace{\dots}_{n\text{-times}} \times R(I)$$

**8. المستوي النيتروسوفيكي  $R^2(I)$ :** [6,7]

يعرف المستوي النيتروسوفيكي ثنائي البعد (ويسمى المستوي النيتروسوفيكي) بالشكل:

$$R^2(I) = \{(a + bI, c + dI); a, b, c, d \in R\}$$

**9. تعريف:** [8]

ليكن  $R(I) = \{a + bI; a, b \in R\}$  حقل أعداد نيتروسوفكية، عندئذ نقول إن:

$$a + bI \leq c + dI \text{ إذا وفقط إذا كان } a \leq c \text{ و } a + b \leq c + d$$

**10. مبرهنة:** [9]

العلاقة  $\leq$  المعرفة في التعريف 9 هي علاقة ترتيب جزئي على  $R(I)$ .

**11. التحويل الإيزومتري بين  $R \times R$  و  $R^2(I)$ :** [10]

يعرف تحويل الإيزومتري ثنائي البعد بين  $R \times R$  و  $R^2(I)$  بالصيغة:

$$T: R^2(I) \rightarrow R^2 \times R^2; T(a + bI, c + dI) = [(a, c), (a + b, c + d)]$$

وأيضاً يعرف التحويل الإيزومتري أحادي البعد بالشكل:

$$T: R(I) \rightarrow R \times R; T(a + bI) = (a, a + b)$$

**12. تعرف:** (الدالة النيتروسوفكية): [11]

نعرف الدالة النيتروسوفكية بالمتحول النيتروسوفيكي  $X = x_1 + x_2I$  بالصيغة:

$$f(X) = f(x_1 + x_2I) = f(x_1) + I[f(x_1 + x_2) - f(x_1)]$$

**13. الجداء الداخلي النيتروسوفيكي:** [12,14]

ليكن  $V$  فضاء متجهي فوق الحقل  $R$ ، وليكن  $V(I)$  فضاء متجهي فوق الحقل النيتروسوفيكي  $R(I)$ . ولنعرّف التطبيق  $f: V(I) \times V(I) \rightarrow$

$R(I)$ . عندئذ نسمي التطبيق  $f$  بالجداء الداخلي النيتروسوفيكي والذي يحقق الخصائص الآتية:

$$f(X, Y) = (Y, X) \text{ حيث } X = x_1 + x_2I, Y = y_1 + y_2I \in V(I) \text{ و } x_1, x_2, y_1, y_2 \text{ أعداد حقيقية كلاسيكية.}$$

$$f(X, X) \geq 0 \text{ و } f(X, X) = 0 \text{ إذا وفقط إذا كان } X = 0$$

$$f(AX + BY, Z) = Af(X, Z) + Bf(Y, Z) \text{ وذلك من أجل كل:}$$

$$X = x_1 + x_2I, Y = y_1 + y_2I, Z = z_1 + z_2I \in V(I)$$

$$\text{و } A = a_1 + a_2I, B = b_1 + b_2I \in R(I)$$

نسمي  $V(I)$  فضاء الجداء الداخلي الحقيقي النيتروسوفيكي.

**14. تعريف:** (الناظم النيتروسوفيكي): [10]

ليكن  $V(I)$  فضاء متجهي فوق الحقل النيتروسوفيكي  $R(I)$ . وليكن  $f$  جداء داخلي نيتروسوفيكي. عندئذ نعرف الناظم النيتروسوفيكي

بالعلاقة:

$$\|X\| = \|x_1 + x_2I\| = \sqrt{f(X, X)}$$

**15. ملاحظة:** يمكن تعريف الناظم النيتروسوفيكي لعدد حقيقي نيتروسوفيكي بالشكل الآتي:

$$\|X\| = \|x_1 + x_2I\| = \|x_1\| + I[\|x_1 + x_2\| - \|x_1\|]$$

**16. المتجه النيتروسوفيكي:**

نعرف المتجه النيتروسوفيكي بالشكل:

$$\vec{U} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 I$$

حيث  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  متجهات كلاسيكية.

ويحسب ناظم المتجه النيتروسوفيكي  $\vec{U}$  اعتماداً على الملاحظة 15 بالشكل الآتي:

$$\|\vec{U}\| = \|\vec{u}_1\| + I[\|\vec{u}_1 + \vec{u}_2\| - \|\vec{u}\|]$$

17. الإحداثيات الديكارتية لنقطة نيتروسوفيكية:

ليكن  $Y = y_1 + y_2 I$  و  $X = x_1 + x_2 I$  حيث  $x_1, x_2, y_1, y_2$  أعداد حقيقية كلاسيكية. عندئذ تعرف النقطة النيتروسوفيكية بالإحداثيين الديكارتيين النيتروسوفيكيين  $X$  و  $Y$  بالشكل:

$$M(X, Y) = M(x_1 + x_2 I, y_1 + y_2 I)$$

يسمى  $x_1 + x_2 I$  بالفاصلة النيتروسوفيكية للنقطة  $M$ .

ويسمى  $y_1 + y_2 I$  بالترتيب النيتروسوفيكي للنقطة  $M$ .

18. مبرهنة:

النقطة النيتروسوفيكية  $M(X, Y)$  تقابل في المستوى الحقيقي الكلاسيكي نقطتين كلاسيكيتين حقيقيتين.

البرهان:

لتكن  $M(x_1 + x_2 I, y_1 + y_2 I)$  نقطة نيتروسوفيكية من المستوى  $R^2(I)$ ، عندئذ بأخذ التحويل الإيزومتري  $T$  للنقطة  $M$  نجد أن:

$$T(M) = T((x_1 + x_2 I, y_1 + y_2 I)) = [(x_1, y_1), (x_1 + x_2, y_1 + y_2)]$$

ومنه فإن:

$$M_1(x_1, y_1), M_2(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

وهاتين نقطتين كلاسيكيتين حقيقيتين.

19. متجهات الواحدة النيتروسوفيكية الديكارتية:

نعرف متجهات الواحدة النيتروسوفيكية ديكارتياً بالشكل:

$$\vec{I} = \vec{i}_1 + \vec{i}_2 I, \vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2 I$$

حيث  $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{j}_1, \vec{j}_2$  متجهات واحدة كلاسيكية.

وتحسب طولية متجهات الواحدة النيتروسوفيكية ديكارتياً بالشكل:

$$\|\vec{I}\| = \|\vec{i}_1\| + I[\|\vec{i}_1 + \vec{i}_2\| - \|\vec{i}_1\|]$$

$$\|\vec{J}\| = \|\vec{j}_1\| + I[\|\vec{j}_1 + \vec{j}_2\| - \|\vec{j}_1\|]$$

20. متجه الموضع النيتروسوفيكي للنقطة  $M$  ديكارتياً في  $R^2(I)$ :

لتكن  $M(x_1 + x_2 I, y_1 + y_2 I)$  نقطة نيتروسوفيكية من المستوى  $R^2(I)$ ، عندئذ نعرف متجه الموضع للنقطة  $M$  كما يأتي:

$$\vec{OM} = X\vec{I} + Y\vec{J} = (x_1 + x_2 I)(\vec{i}_1 + \vec{i}_2 I) + (y_1 + y_2 I)(\vec{j}_1 + \vec{j}_2 I)$$

وبإصلاح المعادلة نجد أن:

$$\vec{OM} = (x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1) + [x_1 \vec{i}_2 + y_1 \vec{j}_2 + x_2 (\vec{i}_1 + \vec{i}_2) + y_2 (\vec{j}_1 + \vec{j}_2)]I$$

21. مبرهنة:

يقابل (يكافئ) متجه الموضع النيتروسوفيكي  $\vec{OM}$  متجهين كلاسيكيين للنقطتين الكلاسيكيتين  $M_1(x_1, y_1), M_2(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$  في المستوى الكلاسيكي.

البرهان:

ليكن:

$$\vec{OM} = (x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1) + [x_1 \vec{i}_2 + y_1 \vec{j}_2 + x_2 (\vec{i}_1 + \vec{i}_2) + y_2 (\vec{j}_1 + \vec{j}_2)]I$$

متجه الموضع للنقطة النيتروسوفيكية  $M$ ، عندئذ بأخذ التحويل الإيزومتري  $T$  لمتجه الموضع  $\vec{OM}$ ، فنجد:

$$\begin{aligned} T(\overline{OM}) &= T((x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1) + [x_1\vec{i}_2 + y_1\vec{j}_2 + x_2(\vec{i}_1 + \vec{i}_2) + y_2(\vec{j}_1 + \vec{j}_2)]I) \\ &= [x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1, x_1\vec{i}_2 + y_1\vec{j}_2 + x_2(\vec{i}_1 + \vec{i}_2) + y_2(\vec{j}_1 + \vec{j}_2) + x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1] \end{aligned}$$

$$T(\overline{OM}) = [x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1, (x_1 + x_2)(\vec{i}_1 + \vec{i}_2) + (y_1 + y_2)(\vec{j}_1 + \vec{j}_2)] = (\overline{OM}_1, \overline{OM}_2)$$

بمطابقة الطرفين نجد أن:

$$\overline{OM}_1 = x_1\vec{i}_1 + y_1\vec{j}_1$$

$$\overline{OM}_2 = (x_1 + x_2)(\vec{i}_1 + \vec{i}_2) + (y_1 + y_2)(\vec{j}_1 + \vec{j}_2)$$

## 22. الإحداثيات القطبية النيتروسوفيقية لنقطة نيتروسوفيقية:

لتكن  $M(x_1 + x_2I, y_1 + y_2I)$  نقطة نيتروسوفيقية من المستوي  $R^2(I)$ ، نسمي  $(\rho_1 + \rho_2I, \theta_1 + \theta_2I)$  الإحداثيات القطبية النيتروسوفيقية للنقطة النيتروسوفيقية  $M$ . وتعطى هذه الإحداثيات كما يأتي:

$$\rho_1 + \rho_2I = \sqrt{(x_1 + x_2I)^2 + (y_1 + y_2I)^2}$$

$$\rho_1 + \rho_2I = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + I[x_2^2 + y_2^2 + 2x_1x_2 + 2y_1y_2]}$$

$$\rho_1 + \rho_2I = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + I \left[ \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \right]$$

$$\tan(\theta_1 + \theta_2I) = \frac{y_1 + y_2I}{x_1 + x_2I}$$

$$\tan(\theta_1 + \theta_2I) = \frac{y_1}{x_1} + \frac{x_1y_2 - x_2y_1}{x_1(x_1 + x_2)} I$$

$$\tan(\theta_1 + \theta_2I) = \tan(\theta_1) + I[\tan(\theta_1 + \theta_2) - \tan(\theta_1)]$$

إذن تعطى الإحداثيات القطبية النيتروسوفيقية للنقطة النيتروسوفيقية  $M$  بالعلاقات:

$$\begin{cases} \rho_1 + \rho_2I = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + I \left[ \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \right] \\ \tan(\theta_1 + \theta_2I) = \tan(\theta_1) + I[\tan(\theta_1 + \theta_2) - \tan(\theta_1)] = \frac{y_1}{x_1} + \frac{x_1y_2 - x_2y_1}{x_1(x_1 + x_2)} I \end{cases}$$

## 23. مبرهنة:

الإحداثيات القطبية النيتروسوفيقية للنقطة النيتروسوفيقية  $M(x_1 + x_2I, y_1 + y_2I)$ ، تكافئ في المستوي الكلاسيكي الإحداثيات القطبية للنقطتين الكلاسيكيتين  $M_1(x_1, y_1)$  و  $M_2(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ .

البرهان:

بأخذ التحويل الإيزومتري  $T$  للإحداثيات القطبية النيتروسوفيقية للنقطة  $M(x_1 + x_2I, y_1 + y_2I)$ . نجد:

$$T(\rho_1 + \rho_2I) = T\left(\sqrt{x_1^2 + y_1^2} + I \left[ \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \right]\right)$$

$$(\rho_1, \rho_1 + \rho_2) = \left(\sqrt{x_1^2 + y_1^2}, \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}\right)$$

$$T(\tan(\theta_1 + \theta_2I)) = T\left(\frac{y_1}{x_1} + \frac{x_1y_2 - x_2y_1}{x_1(x_1 + x_2)} I\right)$$

$$T(\tan(\theta_1) + I[\tan(\theta_1 + \theta_2) - \tan(\theta_1)]) = T\left(\frac{y_1}{x_1} + \frac{x_1y_2 - x_2y_1}{x_1(x_1 + x_2)} I\right)$$

$$(T(\tan(\theta_1)), T(\tan(\theta_1 + \theta_2))) = \left(\frac{y_1}{x_1}, \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}\right)$$

بمطابقة الطرفين كل على حدى نجد أن:

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \\ \tan(\theta_1) = \frac{y_1}{x_1} \end{cases}$$

وهي الإحداثيات القطبية للنقطة الكلاسيكية  $M_1(x_1, y_1)$ .

$$\begin{cases} \rho_1 + \rho_2 = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2} \\ \tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} \end{cases}$$

وهي الإحداثيات القطبية للنقطة الكلاسيكية  $M_1(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$

#### 24. متجهات الواحدة النيتروسوفيقية القطبية:

نعرف متجهات الواحدة النيتروسوفيقية ديكارتياً بالشكل:

$$\vec{e}_\rho = \vec{e}_{\rho_1} + \vec{e}_{\rho_2}I, \vec{e}_\theta = \vec{e}_{\theta_1} + \vec{e}_{\theta_2}I$$

حيث  $\vec{e}_{\rho_1}, \vec{e}_{\rho_2}, \vec{e}_{\theta_1}, \vec{e}_{\theta_2}$  متجهات واحدة قطبية كلاسيكية.

#### 25. متجه الموضع النيتروسوفيكى للنقطة $M$ قطبياً في $R^2(I)$ :

لتكن نقطة نتروسوفيقية من المستوي  $R^2(I)$ ، عندئذ نعرف متجه الموضع للنقطة  $M$  قطبياً كما يأتي:

$$\vec{OM} = \rho \vec{e}_\rho = (\rho_1 + \rho_2 I)(\vec{e}_{\rho_1} + \vec{e}_{\rho_2}I)$$

#### 26. العلاقة بين متجهات الواحدة النيتروسوفيقية والديكارتية و القطبية:

تعطى العلاقات بين متجهات الواحدة النيتروسوفيقية والديكارتية و القطبية بالشكل الآتي:

$$\begin{cases} \vec{I} = \vec{i}_1 + \vec{i}_2I = \cos(\theta_1 + \theta_2 I)(\vec{e}_{\rho_1} + \vec{e}_{\rho_2}I) + \sin(\theta_1 + \theta_2 I)(\vec{e}_{\theta_1} + \vec{e}_{\theta_2}I) \\ \vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2I = \sin(\theta_1 + \theta_2 I)(\vec{e}_{\rho_1} + \vec{e}_{\rho_2}I) - \cos(\theta_1 + \theta_2 I)(\vec{e}_{\theta_1} + \vec{e}_{\theta_2}I) \\ \vec{e}_\rho = \vec{e}_{\rho_1} + \vec{e}_{\rho_2}I = \frac{1}{\cos(\theta_1 + \theta_2 I)}(\vec{i}_1 + \vec{i}_2I) + \frac{1}{\sin(\theta_1 + \theta_2 I)}(\vec{j}_1 + \vec{j}_2I) \\ \vec{e}_\theta = \vec{e}_{\theta_1} + \vec{e}_{\theta_2}I = \frac{1}{\sin(\theta_1 + \theta_2 I)}(\vec{i}_1 + \vec{i}_2I) - \frac{1}{\cos(\theta_1 + \theta_2 I)}(\vec{j}_1 + \vec{j}_2I) \end{cases}$$

#### 27. تعريف: (مشتق متجه نيتروسوفيكى):

ليكن  $\vec{U} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2I$  متجه نيتروسوفيكى ما، عندئذ نعرف المشتق الأول للمتجه  $\vec{U}$  بالعلاقة:

$$(\vec{U})' = (\vec{u}_1)' + I[(\vec{u}_1 + \vec{u}_2)' - (\vec{u}_1)']$$

حسب التعريف نجد أن:

$$(\vec{e}_\rho)' = (\vec{e}_{\rho_1})' + I[(\vec{e}_{\rho_1} + \vec{e}_{\rho_2})' - (\vec{e}_{\rho_1})']$$

$$(\vec{e}_\theta)' = (\vec{e}_{\theta_1})' + I[(\vec{e}_{\theta_1} + \vec{e}_{\theta_2})' - (\vec{e}_{\theta_1})']$$

#### 28. تعريف: (الزمن النيتروسوفيكى):

نعرف الزمن النيتروسوفيكى بالشكل:

$$t = t_1 + t_2I$$

حيث  $t_1, t_2$  زمنين كلاسيكيين.

يمكننا بسهولة إثبات صحة المبرهنة الآتية:

#### 29. مبرهنة:

الزمن النيتروسوفيكى يقابل زمنين كلاسيكيين على الشكل  $t_1$  و  $t_2$ .

البرهان:

بأخذ التحويل الإيزومتري  $T$  للزمن النيتروسوفيكى  $t_1 + t_2I$  نجد:

$$T(t_1 + t_2I) = (t_1, t_1 + t_2)$$

#### 30. تعريف (متجه السرعة النيتروسوفيكى):

لتكن نقطة نيتروسوفيقية من المستوي  $R^2(I)$ ، وليكن  $\vec{OM}$  متجه الموضع لها، عندئذ نعرف متجه السرعة

النيتروسوفيكى للنقطة  $M$ ، بأنه المشتق الأول لمتجه الموضع للنقطة  $M$ . ويكتب العلاقة:

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2I = (\vec{OM})'$$

**31. تعريف (متجه التسارع النيتروسوفيكي):**

لتكن نقطة نيتروسوفيكية من المستوي  $R^2(I)$ ، وليكن  $\overrightarrow{OM}$  متجه الموضع لها، وليكن  $\vec{V}$  متجه السرعة لها، عندئذ نعرف متجه التسارع النيتروسوفيكي للنقطة  $M$ . بأنه المشتق الأول لمتجه السرعة للنقطة  $M$ . أو المشتق الثاني لمتجه الموضع للنقطة  $M$  ويكتب بالعلاقة:

$$\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2 I = (\vec{V})' = (\overrightarrow{OM})''$$

**32. تمرين 1:**

تعطى حركة نقطة مادية نيتروسوفيكية  $M$  بالإحداثيات القطبية النيتروسوفيكية بالشكل:

$$\begin{cases} \rho_1 + \rho_2 I = 2(a_1 + a_2 I) \cos\left(\frac{k_1 + k_2 I}{t_1 + t_2 I}\right) \\ \theta_1 + \theta_2 I = \frac{k_1 + k_2 I}{t_1 + t_2 I} \end{cases}$$

حيث  $a_1 + a_2 I$  و  $k_1 + k_2 I$  عددين حقيقيين نيتروسوفيكيين ثابتين.  
المطلوب:

عين معادلة مسار النقطة النيتروسوفيكية  $M$ ، وحدد نوع هذا المسار.  
استنتج ما يكافئه مسار النقطة  $M$  في المستوي الكلاسيكي.

**الحل:**

لدينا:

$$\rho_1 + \rho_2 I = 2(a_1 + a_2 I) \cos\left(\frac{k_1 + k_2 I}{t_1 + t_2 I}\right) \dots \dots (1)$$

$$\theta_1 + \theta_2 I = \frac{k_1 + k_2 I}{t_1 + t_2 I} \dots \dots (2)$$

بتعويض العلاقة (2) في (1) نجد:

$$\rho_1 + \rho_2 I = 2(a_1 + a_2 I) \cos(\theta_1 + \theta_2 I)$$

وهي معادلة مسار النقطة النيتروسوفيكية  $M$ . وهي معادلة دائرة نيتروسوفيكية مركزها  $(a_1 + a_2 I, 0)$  ونصف قطرها  $a_1 + a_2 I$ .  
إذن نوع المسار للنقطة  $M$  دائري (دائرة).  
من معادلة مسار النقطة  $M$  لدينا:

$$\rho_1 + \rho_2 I = 2(a_1 + a_2 I) \cos(\theta_1 + \theta_2 I)$$

ومنه يكون:

$$\rho_1 + \rho_2 I = 2(a_1 + a_2 I) (\cos(\theta_1) + I [\cos(\theta_1 + \theta_2) - \cos(\theta_1)])$$

بأخذ التحويل الإيزومتري  $T$  للعلاقة الأخيرة نجد:

$$T(\rho_1 + \rho_2 I) = T(2(a_1 + a_2 I) (\cos(\theta_1) + I [\cos(\theta_1 + \theta_2) - \cos(\theta_1)]))$$

$$T(\rho_1 + \rho_2 I) = T(2) T(a_1 + a_2 I) T((\cos(\theta_1) + I [\cos(\theta_1 + \theta_2) - \cos(\theta_1)]))$$

$$(\rho_1, \rho_1 + \rho_2) = (2, 2) \cdot (a_1, a_1 + a_2) \cdot (\cos(\theta_1), \cos(\theta_1 + \theta_2))$$

$$(\rho_1, \rho_1 + \rho_2) = (2a_1 \cos(\theta_1), 2(a_1 + a_2) \cos(\theta_1 + \theta_2))$$

بمطابقة الطرفين نحصل على:

$$\begin{cases} \rho_1 = 2a_1 \cos(\theta_1) \\ \rho_1 + \rho_2 = 2(a_1 + a_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{cases}$$

المعادلة الأولى هي معادلة دائرة كلاسيكية مركزها  $(a_1, 0)$  ونصف قطرها  $a_1$ .والمعادلة الثانية هي معادلة دائرة كلاسيكية مركزها  $(a_1 + a_2, 0)$  ونصف قطرها  $(a_1 + a_2)$ .

إذن مسار النقطة النيتروسوفيكية  $M$  يكافئ في المستوي الكلاسيكي مسارين دائريين لنقطتين كلاسيكيتين  $M_1$  و  $M_2$  إحداثياتهما القطبية على الترتيب هي:

$$M_2(\rho_1 + \rho_2, \theta_1 + \theta_2) \text{ و } M_1(\rho_1, \theta_1)$$

33. تمرين 2:

نقطة مادية نيتروسوفيكية  $M$  تتحرك في المستوي النيتروسوفيك  $XOY$  راسمة القطع الناقص النيتروسوفيك:

$$\begin{cases} X = x_1 + x_2 I = (a_1 + a_2 I) \cos((w_1 + w_2 I)(t_1 + t_2 I)) \\ Y = y_1 + y_2 I = (b_1 + b_2 I) \sin((w_1 + w_2 I)(t_1 + t_2 I)) \end{cases}$$

حيث  $w_1 + w_2 I$  و  $a_1 + a_2 I$  و  $b_1 + b_2 I$  أعداد حقيقية نيتروسوفيكية ثابتة.

المطلوب:

عين كلاً من متجهات الموضع والسرعة و التسارع النيتروسوفيكية للنقطة  $M$ .

حدد ما يكافئه كل من المتجهات السابقة في المستوي الكلاسيكي.

**الحل:**

متجه الموضع:

$$\overline{OM} = X\vec{i} + Y\vec{j} = (x_1 + x_2 I)(\vec{i}_1 + \vec{i}_2 I) + (y_1 + y_2 I)(\vec{j}_1 + \vec{j}_2 I)$$

$$\overline{OM} = (a_1 + a_2 I) \cos((w_1 + w_2 I)(t_1 + t_2 I))(\vec{i}_1 + \vec{i}_2 I) + (b_1 + b_2 I) \sin((w_1 + w_2 I)(t_1 + t_2 I))(\vec{j}_1 + \vec{j}_2 I)$$

$$\begin{aligned} \overline{OM} &= (a_1 + a_2 I)(\cos(w_1 t_1) + I[\cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2) - \cos(w_1 t_1)])(\vec{i}_1 + \vec{i}_2 I) \\ &\quad + (b_1 + b_2 I)(\sin(w_1 t_1) + I[\sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2) - \sin(w_1 t_1)])(\vec{j}_1 + \vec{j}_2 I) \end{aligned}$$

متجه السرعة:

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 I = (\overline{OM})'$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 + \vec{V}_2 I &= (a_1 + a_2 I) \left[ (\cos(w_1 t_1))' + I(\cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2))' - (\cos(w_1 t_1))' \right] (\vec{i}_1 + \vec{i}_2 I) \\ &\quad + (b_1 + b_2 I) \left[ (\sin(w_1 t_1))' + I(\sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2))' - (\sin(w_1 t_1))' \right] (\vec{j}_1 + \vec{j}_2 I) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 + \vec{V}_2 I &= (a_1 + a_2 I) \left[ -w_1 \sin(w_1 t_1) + I(-w_1 + w_2) \sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2) - w_1 \sin(w_1 t_1) \right] (\vec{i}_1 + \vec{i}_2 I) \\ &\quad + (b_1 + b_2 I) \left[ w_1 \cos(w_1 t_1) + I((w_1 + w_2) \cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2)) - w_1 \cos(w_1 t_1) \right] (\vec{j}_1 \\ &\quad + \vec{j}_2 I) \end{aligned}$$

متجه التسارع:

$$\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2 I = (\vec{V})'$$

$$\vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2 I = (a_1 + a_2 I) \left[ (-w_1 \sin(w_1 t_1))' + I(-w_1 + w_2) \sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2))' + (w_1 \sin(w_1 t_1))' \right] (\vec{i}_1 + \vec{i}_2 I)$$

$$\begin{aligned} &\quad + (b_1 + b_2 I) \left[ (w_1 \cos(w_1 t_1))' + I((w_1 + w_2) \cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2))' \right. \\ &\quad \left. - (w_1 \cos(w_1 t_1))' \right] (\vec{j}_1 + \vec{j}_2 I) \end{aligned}$$

$$\vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2 I = (a_1 + a_2 I) \left[ -(w_1)^2 \cos(w_1 t_1) + I(-w_1 + w_2)^2 \cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2) + (w_1)^2 \cos(w_1 t_1) \right] (\vec{i}_1 + \vec{i}_2 I)$$

$$\begin{aligned} &\quad + (b_1 + b_2 I) \left[ -(w_1)^2 \sin(w_1 t_1) \right. \\ &\quad \left. + I(-w_1 + w_2)^2 \sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2) + (w_1)^2 \sin(w_1 t_1) \right] (\vec{j}_1 + \vec{j}_2 I) \end{aligned}$$

بأخذ التحويل الإيزومتري  $T$  لعلاقة متجه الموضع نجد:

$$\begin{aligned} T(\overline{OM}) &= T((a_1 + a_2 I)(\cos(w_1 t_1) + I[\cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2) - \cos(w_1 t_1)])(\vec{i}_1 + \vec{i}_2 I) \\ &\quad + (b_1 + b_2 I)(\sin(w_1 t_1) + I[\sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2) - \sin(w_1 t_1)])(\vec{j}_1 + \vec{j}_2 I)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T(\overline{OM}) &= T((a_1 + a_2I)T(\cos(w_1t_1) + I[\cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2) - \cos(w_1t_1)])T(\vec{l}_1 + \vec{l}_2I) \\
&\quad + T(b_1 + b_2I)T(\sin(w_1t_1) + I[\sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2) - \sin(w_1t_1)])T(\vec{j}_1 + \vec{j}_2I) \\
(\overline{OM}_1, \overline{OM}_2) &= (a_1, a_1 + a_2) \cdot (\cos(w_1t_1), \cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2))(\vec{l}_1, \vec{l}_1 + \vec{l}_2) \\
&\quad + (b_1, b_1 + b_2) \cdot (\sin(w_1t_1), \sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2))(\vec{j}_1, \vec{j}_1 + \vec{j}_2) \\
(\overline{OM}_1, \overline{OM}_2) &= (a_1\cos(w_1t_1)\vec{l}_1 + b_1\sin(w_1t_1)\vec{j}_1, (a_1 + a_2)\cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2)(\vec{l}_1 + \vec{l}_2) \\
&\quad + (b_1 + b_2)\sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2)(\vec{j}_1 + \vec{j}_2))
\end{aligned}$$

بمطابقة الطرفين نحصل على:

$$\begin{cases}
\overline{OM}_1 = a_1\cos(w_1t_1)\vec{l}_1 + b_1\sin(w_1t_1)\vec{j}_1 \\
\overline{OM}_2 = (a_1 + a_2)\cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2)(\vec{l}_1 + \vec{l}_2) + \\
(b_1 + b_2)\sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2)(\vec{j}_1 + \vec{j}_2)
\end{cases}$$

إن متجه الموضع النيتروسوفيكي  $\overline{OM}$  للنقطة النيتروسوفيكية  $M$  يكافئ في المستوي الكلاسيكي متجهي موضعي كلاسيكيين لنقطتين كلاسيكيتين  $M_1$  و  $M_2$  إحداثياتهما على الترتيب هي:

$$M_1(x_1, y_1), M_2(x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

وبالأسلوب نفسه وبأخذ التحويل الإيزومترى  $T$  لمتجه السرعة النيتروسوفيكية نجد أن:

$$\begin{cases}
\vec{V}_1 = -a_1w_1\sin(w_1t_1)\vec{l}_1 + b_1\cos(w_1t_1)\vec{j}_1 \\
\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = -(a_1 + a_2)(w_1 + w_2)\sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2)(\vec{l}_1 + \vec{l}_2) + \\
(b_1 + b_2)(w_1 + w_2)\sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2)(\vec{j}_1 + \vec{j}_2)
\end{cases}$$

إن متجه السرعة النيتروسوفيكي  $\vec{V}$  للنقطة النيتروسوفيكية  $M$  يكافئ في المستوي الكلاسيكي متجهي سرعتين كلاسيكيين للنقطتين الكلاسيكيتين  $M_1$  و  $M_2$  السابقتين في متجهي الموضعين  $\overline{OM}_1$  و  $\overline{OM}_2$ .

كما يمكن التأكد بسهولة من أن:

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (\overline{OM}_2)' \quad \vec{V}_1 = (\overline{OM}_1)'$$

وبالأسلوب نفسه وبأخذ التحويل الإيزومترى  $T$  لمتجه التسارع النيتروسوفيكي نجد أن:

$$\begin{cases}
\vec{\Gamma}_1 = -a_1(w_1)^2\cos(w_1t_1)\vec{l}_1 - b_1(w_1)^2\sin(w_1t_1)\vec{j}_1 \\
\vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2 = -(a_1 + a_2)(w_1 + w_2)^2\cos(w_1 + w_2)(t_1 + t_2)(\vec{l}_1 + \vec{l}_2) - \\
(b_1 + b_2)(w_1 + w_2)^2\sin(w_1 + w_2)(t_1 + t_2)(\vec{j}_1 + \vec{j}_2)
\end{cases}$$

إن متجه التسارع النيتروسوفيكي  $\vec{\Gamma}$  للنقطة النيتروسوفيكية  $M$  يكافئ في المستوي الكلاسيكي متجهي تسارعين كلاسيكيين للنقطتين الكلاسيكيتين  $M_1$  و  $M_2$ .

كما يمكن التأكد بسهولة من أن:

$$\vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2 = (\vec{V}_1 + \vec{V}_2)' \quad \vec{\Gamma}_1 = (\vec{V}_1)'$$

### 34. الخلاصة والنتائج:

من خلال الدراسة السابقة وجدنا أن النقطة النيتروسوفيكية هي جداء ديكارتي لنقطتين كلاسيكيتين، كما تم تحديد متجه الموضع لنقطة نيتروسوفيكية، ومن خلال متجه الموضع النيتروسوفيكي تم إيجاد تعاريف لمتجهي السرعة والتسارع النيتروسوفيكيين لنقطة نيتروسوفيكية، ومن خلال بعض الأمثلة وضحا مسار نقطة نيتروسوفيكية على بعض المنحنيات في المستوي النيتروسوفيكي ثنائي البعد، وأخيراً تم البرهان على أن متجهات الموضع والسرعة والتسارع النيتروسوفيكية هي بالترتيب جداء ديكارتي لأزواج من متجهات الموضع والسرعة والتسارع الكلاسيكية ولكن بإحداثيات مختلفة.

تعتبر هذه الورقة من الأوراق المهمة في الرياضيات التطبيقية، لأنها تفتح لنا المجال لدراسة أنماط متنوعة لحركة نقطة نيتروسوفيكية، مثل كمية الحركة النيتروسوفيكية والعزم الحركي النيتروسوفيكي لنقطة نيتروسوفيكية.

### Conclusions.

By the last study, we have the neutrosophic point equivalent two classical points, and we have the neutrosophic local vector, also, by the neutrosophic local vector we find definition to the neutrosophic velocity and acceleration vectors of these point. By some examples we concept of the movement of a neutrosophic point in the neutrosophic plane and determining the path of this point. Finally, we proof the neutrosophic local, velocity and acceleration vectors equivalents a pair to classical local, velocity and acceleration vectors for different coordinates.

## References

- [1] F.Smarandache. "Introduction to Neutrosophic statistics", Sitech-Education Publisher, PP:34-44. 2014.
- [2] F.Smarandache. "Finite Neutrosophic Complex Numbers, by W. B. Vasantha Kandasamy". Zip pubulsher, Columbus, Ohio, USA, PP1-16, 2011.
- [3] Y. Alhasan., "Concepts of Neutrosophic Complex Numbers", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.8, 9-18, 2020.
- [4] R. Alhamido, M.Ismail, F.Smarandache; "The Polar form of a Neutrosophic Complex Number", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.10, 36-44, 2020.
- [5] A. A Salama; Hewayda Elghawalby; M.S, Dabash; A.M. NASR, "Retrac Neutrosophic Crisp System For Gray Scale Image", Asian Journal Of Mathematics and Computer Research, Vol 24, 104-117, (2018).
- [6] F. smarandache. "Neutrosophy and Neutrosophic Logic, First International Conference on Neutrosophy, neutrosophic Logic, Set, Probability, and Statistics", University of New Mexico, Gallup, NM87301, USA 2002.
- [7] M. Abdel-Basset; E. Mai. Mohamed; C. Francisco; H. Z. Abd EL-Nasser. "Cosine similarity measures of bipolar neutrosophic set for diagnosis of bipolar disorder diseases", Artificial Intelligence in Medicine Vol. 101, 101735, (2019).
- [8] M. Abdel-Basset; E. Mohamed; G. Abdullah; and S. Florentin. "A novel model for evaluation Hospital medical care systems based on plithogenic sets", Artificial Intelligence in Medicine 100 (2019), 101710.
- [9] M. Abdel-Basset; G. Gunasekaran Mohamed; G. Abdullah. C. Victor, "A Novel Intelligent Medical Decision Support Model Based on soft Computing and Iot", IEEE Internet of Things Journal, Vol. 7, (2019).
- [10] M. Abobala, Ahmad Hatip."An Algebraic Approach Neutrosophic Euclidean Geometry ", Neutrosophic Sets and Systems, Vol 43, (2021).
- [11] A. A Salama. "Basic Structure of Some Classes of Neutrosophic Crisp Nearly Open Sets and Possible Application to GIS Topology". Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 18-22, (2015).
- [12] A. A Salama; F. Smarandache. "Neutrosophic Set Theory", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 1-9, (2014).
- [13] F. Smarandache, "The Neutrosophic Triplet Group and its Application to physics", Seminar Universidad National de Quilmes, Department of science and Technology, Beunos Aires, Argentina, 20 June 2014.

- [14] A. B.AL-Nafee; R.K. Al-Hamido; F.Smarandache. "Separation Axioms In Neutrosophic Crisp Topological Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 25, 25-32, (2019).